Lycée secondaire **Ibn Khaldoun** **Rades**	**Devoir de contrôle n°1** **Mathématiques**	**Année Scolaire** **2010-2011** **Durée : 2h** **$3^{ème}$ M_1**

<u>Exercice n°1:</u> (3 points)

Répondre par vrai ou faux pour chacune des propositions suivantes.

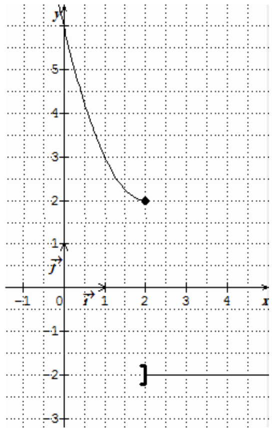
<u>Aucune justification n'est demandée</u>.

1) Le plan est orienté dans le sens direct. Soit $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls.

Si $\widehat{(\vec{u}, \vec{w})} \equiv \widehat{(\vec{u}, \vec{v})} + \pi[2\pi]$, alors les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires de sens contraires.

2) Si A, B et C sont trois points distincts du plan vérifiant $AB = 2$ et $AC = 3$ alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 6$.

3) Si f est une fonction définie sur un intervalle $[a,b]$ telle que $f(a) = 2$ et $f(b) = -1$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution.



4) La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f.

La fonction $|f|$ est continue en 2.

<u>Exercice n°2:</u> (4 points)

Soit la fonction f définie sur $[-3;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+3}{x+5}$

1) Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = a + \dfrac{b}{x+5}$

2) Démontrer que f est croissante sur $[-3;+\infty[$

3)

a) Démontrer que f admet un minimum, préciser le.

b) Démontrer que f admet un majorant, en préciser un.

c) En déduire que f est bornée et indiquer un encadrement de $f(x)$.

<u>Exercice n°3:</u> (4 points)

Soit la fonction f définie sur $]1;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x-1} - \sqrt{x}$

1) Montrer que f est continue sur $]1;+\infty[$.

2) Soit a et b deux réels de $]1;+\infty[$ tels que $a \leq b$

a) Calculer $f(a) - f(b)$

b) En déduire les variations de f sur $]1;+\infty[$

3)

a) Montrer que pour tout $x \in]1;+\infty[$, $(f(x) = 0)$ équivaut à $\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}} = x\right)$

b) Déterminer $f\left(\left]\dfrac{11}{10};2\right[\right)$

c) En déduire que l'équation $1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}} = x$ admet une solution $\alpha \in \left]\dfrac{11}{10};2\right[$.

Exercice n°4: (5 points)

Soit ABCD un carré tel que $AB = 3$ et $B' = S_B(C)$.

On désigne par J le point de $[DC]$ tel que $CJ = 1$ et par K le point de $[BB']$ tel que $B'K = CJ$.

1)

a) Montrer que $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AK} = -6$ et $\overrightarrow{JD} \cdot \overrightarrow{AK} = -6$.

b) En déduire que les droites sont perpendiculaires (AJ) et (AK).

2)

a) Calculer KD et KJ.

b) Calculer $\cos\left(D\widehat{K}J\right)$ et en déduire $\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KD} = 28$.

3) Soit L le milieu de $[KJ]$.

a) Montrer que $DL = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

b) Soit $\Gamma = \left\{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{MK} = 6\right\}$.

- Montrer que Γ est le cercle de centre L et de rayon $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

- Construire Γ.

Exercice n°5: (4 points)

Le plan est orienté dans le sens direct.

1) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que $\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right) \equiv \dfrac{-47}{6}[2\pi]$.

Déterminer la mesure principale de l'angle $(\vec{u},\vec{v})$.

2) Soit ABC un triangle rectangle en A de sens direct tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right) \equiv \dfrac{\pi}{6}[2\pi]$.

On Construit à l'extérieure de ABC deux triangles équilatéraux CBF et ACG.

a) Calculer la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$.

b) En déduire que les points G, C et F sont alignés.

3) Soit le point E du segment $[CF]$ tel que $CA = CE$.

Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC}\right)$.

Bon travail!